Некоторые особенности распространения света в двойном бесконечном массиве световодов

К.Д. ЛЯХОМСКАЯ, П.В. БЕСПАЛЕНКО ПГУ им. Т.Г. Шевченко

Abstract – The peculiarities of the propagation of laser radiation in an array of waveguides is investigated. The array consists of two infinite chains of the linear waveguides. The exact analytical solution were obtained for the spatial distribution of the radiation intensity taking into account the interaction between the diagonal and direct waveguides of the array.

Введение

Известно, что особенности распространения света в ответвителях для конечных, полубесконечных и бесконечных массивов световодов различны. Но, для любого из этих типов массивов, с помощью метода связанных мод, решение задачи сводится к одномерной системе линейных связанных дифференциально– разностных уравнений первого порядка, описывающих профиль пространственного распределения интенсивности поля в каждом световоде.

Постановка задачи. Основные уравнения

Рассмотрим массив линейных световодов, состоящий из двух бесконечных цепочек f и g идентичных световодов, которые расположены друг над другом в параллельных плоскостях (рис. 1).



Рис.1. Массив линейных световодов, состоящий из двух бесконечных цепочек f и g идентичных световодов.

Предположим, что накачивается нулевой световод (n = 0) массива *f*. Учитывая взаимодействие только между ближайшими световодами массива пространственное распределение амплитуды поля в каждом n – ом световоде описывается системой дифференциально-разностных уравнений 1-го порядка:

$$\begin{aligned} & if_{n}'(x) + f_{n-1}(x) + f_{n+1}(x) + \\ & + \gamma g_{n}(x) + \gamma_{1}(g_{n-1}(x) + g_{n+1}(x)) = 0, \\ & ig_{n}'(x) + g_{n-1}(x) + g_{n+1}(x) + \\ & + \gamma f_{n}(x) + \gamma_{1}(f_{n-1}(x) + f_{n+1}(x)) = 0 \end{aligned}$$
(1)

где n – номер световода, f_n , g_n – амплитуды полей распространяющегося излучения в n-ом световоде соответственного массива, f_{n-1} и g_{n-1} - амплитуды поля, распространяющиеся в n-1 световоде,

 f_{n+1} и g_{n+1} - амплитуды поля, распространяющиеся в n+1 световоде, γ – константа связи между соседними световодами f и g массивов (одинакового номера n), γ_1 – константа связи между диагональными световодами f и g массивов, K – константа связи между соседними световодами одного и того же массива f или g.

Рассмотрим случай: K = 1.

Решения системы (1) ищем используя Фурьепреобразование с начальным условием $f_n(x)|_{x=0} = 1$,

$$g_n(x)|_{x=0} = 0$$
.
Тогда решения (1) примут вид:

$$\begin{cases} f_n(x,\theta) = \frac{1}{2}e^{2i\cos\theta x} \left(e^{i(\gamma+2\gamma_1\cos\theta)x} + e^{-i(\gamma+2\gamma_1\cos\theta)x}\right), \\ g_n(x,\theta) = \frac{1}{2}e^{2i\cos\theta x} \left(e^{i(\gamma+2\gamma_1\cos\theta)x} - e^{-i(\gamma+2\gamma_1\cos\theta)x}\right) \end{cases}$$
(2)

Далее определяя интенсивность распространяющегося излучения как квадрат модуля амплитуды поля, получим выражения для интенсивности поля, распространяющегося в n-ом световоде f и g массивов соответственно:

$$\begin{cases} I_{f_n}(x) = \frac{1}{4} \left| J_n(2(1+\gamma_1)x)e^{i\gamma x} + J_n(2(1-\gamma_1)x)e^{-i\gamma x}) \right|^2 . (3) \\ I_{g_n}(x) = \frac{1}{4} \left| J_n(2(1+\gamma_1)x)e^{i\gamma x} - J_n(2(1-\gamma_1)x)e^{-i\gamma x}) \right|^2 \end{cases}$$

ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим поведение пространственного профиля нормированной интенсивности распространяющегося излучения при различных значениях констант связи.

На рис. 2 представлено пространственное распределение нормированной интенсивности света в f и g массивах при фиксированном значении $\gamma_1 = 0.4$ и ряде значений γ . Здесь и далее на всех рисунках интенсивность накачиваемого с торца нулевого световода при x = 0 равна 1. Из рис.2 (а) для $\gamma = 0.6$ видно, что интенсивность света в накачиваемом n=0 световоде f массива представляет собой колебательную функцию. По мере распространения света, амплитуда колебаний уменьшается с ростом x и при x >> 1

стремится к 0. При этом происходит перекачка излучения в другие световоды как массива f, так и g массива. Профили интенсивности распространяющегося излучения в световодах с $n \ge 1$ на торце равны нулю, что согласуется с начальными условиями накачки нулевого световода. Далее, по мере проникновения излучения из накачиваемого световода в другие положение и величина первого максимума профиля интенсивности определяется номером световода. Так для световода n = 1 массива f максимум возникает при x = 2,5, для n = 5: x = 3 и т.д. Этим обусловлено наличие невозмущенной области, прилегающей к торцу световодов рассматриваемой системы, которая расширяется с ростом номера световода в массиве.

С ростом параметра γ , то есть при усилении взаимодействия между световодами f и g массивов, процесс перекачки энергии в g массив становится более интенсивным. Из рис.2 (b) для $\gamma = 0.8$ видно, что величина первого максимума интенсивности нулевого световода g массива возрастает по сравнению с предыдущим случаем (с 0.38 до 0.44); пространственные профили интенсивности света, распространяющегося в обоих массивах представляют собой группы максимумов, локализующихся в малом числе световодов (0<n<5). Далее с ростом номера световода происходит расширение слабовозмущенной области, которая представляет собой совокупность световодов, слабо вовлеченных в процесс перекачки энергии распространяющегося излучения. При дальнейшем увеличении коэффициента связи между обоими массивами наблюдается локализация излучения в отдельных световодах массива. Так, при значении $\gamma = 0.95$, как видно из рис. 2 (с), перекачка излучения происходит в основном между нулевыми световодами f и g массивов.

Заключение

Таким образом, найдены аналитические решения системы дифференциально-разностных уравнений, описывающие распространение поле в *n*-ом световоде массива при учете взаимодействия не только между ближайшими световодами, но и между световодами, расположенными по диагонали массива.

Предсказан колебательный характер поведения пространственного профиля интенсивности распространяющегося излучения в произвольном *n*-ом световоде массива, особенности которого обусловлены игрой параметров связи γ и γ_1 , и номером световода в *f* или *g* цепочке массива.

Показано, что при значения параметров γ_1 стремящихся к значению γ возможна локализация основной части излучения лишь в малом числе световодов массива, расположенных непосредственно вблизи накачиваемого световода.





Рис. 2. Пространственные профили нормированной интенсивности распространяющегося излучения I_{f_n} и I_{g_n} массивов *f* и *g* при $\gamma = 0.6$, $\gamma_1 = 0.4$ (a); $\gamma = 0.8$, $\gamma_1 = 0.4$ (b); $\gamma = 0.95$, $\gamma_1 = 0.4$ (c).